

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет

Кафедра математики и методики обучения математике

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Теория функций комплексного переменного**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Физика

Форма обучения: Очная

Разработчики:

канд. пед. наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике
Кочетова И. В.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 10
от 15.04.2021 года

И. о. зав. кафедрой



Храмова Н. А.

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - формирование систематизированных знаний в области теории функций комплексного переменного, расширение на комплексную область основных понятий, используемых в действительном анализе: функция, предел, непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.

Задачи дисциплины:

- изучение базовых понятий и методов теории функций комплексного переменного;
- освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины;
- применение полученных методов к описанию и исследованию математических моделей в современных областях науки и технологий.

В том числе воспитательные задачи:

- – формирование мировоззрения и системы базовых ценностей личности;
- – формирование основ профессиональной культуры обучающегося в условиях трансформации области профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина К.М.06.06 «Теория функций комплексного переменного» относится к обязательной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 4 курсе, в 7 семестре.

Для изучения дисциплины требуется: знание особенностей дифференцирования и интегрирования функции действительного переменного.

Изучению дисциплины К.М.06.06 «Теория функций комплексного переменного» предшествует освоение дисциплин (практик):

Математический анализ;

Вводный курс математики.

Освоение дисциплины К.М.06.06 «Теория функций комплексного переменного» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Дифференциальные уравнения;

Математическое моделирование.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Теория функций комплексного переменного», включает: 01 Образование и наука (в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования, профессионального обучения, профессионального образования, дополнительного образования).

Типы задач и задачи профессиональной деятельности, к которым готовится обучающийся, определены учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-4 Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

ПК-7 Способен проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся по преподаваемым учебным предметам.

Шифр компетенции в соответствии с ФГОС ВО	Индикаторы достижения компетенций	Образовательные результаты
---	--------------------------------------	-------------------------------

ПК-4 Тип задач профессиональной деятельности: педагогический	ПК-4.1 формирует образовательную среду в целях достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами математики;	<i>знать:</i> - основные понятия теории функций комплексной переменной; - основные факты (теоремы, свойства) комплексного анализа; <i>уметь:</i> - используя определения и теоремы, проводить исследования, связанные с основными понятиями курса; - вычислять пределы, производные, интегралы в комплексной области, строить простейшие конформные отображения; <i>владеть:</i> - вычислительными навыками математики; - базовыми идеями и методами теории функций комплексной переменной
ПК-7 Тип задач профессиональной деятельности: проектный	ПК-7.2 Проектирует и проводит индивидуальные и групповые занятия по информатике и математике для обучающихся с особыми образовательными потребностями.	<i>знать:</i> - основные методы теории функций комплексного переменного; <i>уметь:</i> - используя определения и теоремы, проводить исследования, связанные с основными понятиями курса; <i>владеть:</i> - основными положениями классических разделов теории функций комплексного переменного; - основными понятиями школьного курса математики, связанные с теорией функций комплексного переменного (профильный уровень).

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Седьмой семестр
Контактная работа (всего)	34	34
Практические	34	34
Самостоятельная работа (всего)	16	16
Виды промежуточной аттестации	22	22
Экзамен	22	22
Общая трудоемкость часы	72	72
Общая трудоемкость зачетные единицы	2	2

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

Раздел 1. Комплексные числа:

Комплексные числа. Основные понятия. Действия над комплексными числами. К.Ч. в тригонометрической форме.

Раздел 2. Дифференцирование функции комплексного переменного:

Предел функций комплексного переменного. Непрерывность функций комплексного переменного. Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Аналитические функции.

Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Элементарные функции и их свойства.

Раздел 3. Интегрирование функции комплексного переменного:

Интеграл от функции комплексного переменного. Интеграл с переменным верхним пределом. . Интегральная формула Коши. Функциональные ряды. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Вычеты.

5.2. Содержание дисциплины: Практические (34 ч.)

Раздел 1. Комплексные числа (6 ч.)

Тема 1. Комплексные числа. Основные понятия (2 ч.)

Комплексные числа.

Основные понятия/

Формы записи комплексных чисел

Тема 2. Действия над комплексными числами (2 ч.)

Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме.

Тема 3. К.Ч. в тригонометрической форме (2 ч.)

Тригонометрическая запись комплексных чисел.

Действия над комплексными числами в тригонометрической форме

Раздел 2. Дифференцирование функции комплексного переменного (14 ч.)

Тема 4. Предел функций комплексного переменного (2 ч.)

1. Функции комплексного переменного.

2. Предел последовательности комплексных чисел.

Тема 5. Непрерывность функций комплексного переменного (2 ч.)

1. Непрерывность функции в точке и на множестве.

2. Свойства непрерывных функций.

Тема 6. Производная и дифференциал функции комплексного переменного (2 ч.)

1. Понятие производной функции комплексного переменного.

2. Понятие дифференциала функции комплексного переменного.

3. Правила дифференцирования.

Тема 7. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости (2 ч.)

1. Дифференцируемость функции комплексного переменного.
2. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.

Тема 8. Аналитические функции (2 ч.)

1. Понятие аналитической функции.
2. Свойства аналитической функции.

Тема 9. Геометрический смысл аргумента и модуля производной (2 ч.)

1. Геометрический смысл аргумента и модуля производной..
2. Понятие конформного отображения I и II рода.

Тема 10. Элементарные функции и их свойства (2 ч.)

1. Элементарные функции комплексного переменного.
2. Свойства элементарных функций комплексного переменного.

Раздел 3. Интегрирование функции комплексного переменного (14 ч.)

Тема 11. Интеграл от функции комплексного переменного (2 ч.)

1. Интеграл от функции комплексного переменного.
2. Условия его существования, свойства.
3. Интегральная теорема Коши.

Тема 12. Интеграл с переменным верхним пределом (2 ч.)

1. Интеграл с переменным верхним пределом.
2. Первообразная функции.
3. Теорема об общем виде первообразных.

Тема 13. Формула Ньютона-Лейбница (2 ч.)

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Обобщения интегральной теоремы Коши.

Тема 14. Интегральная формула Коши (2 ч.)

1. Интегральная формула Коши.
2. Теорема Коши о бесконечной дифференцируемости аналитических функций.

Тема 15. Функциональные ряды (2 ч.)

1. Функциональные ряды, равномерная сходимость.
2. Признак равномерной сходимости
3. Свойства равномерно сходящихся рядов непрерывных функций

Тема 16. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора (2 ч.)

1. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
2. Единственность разложения.
3. Аналитичность суммы ряда из аналитических функций, возможность почленного дифференцирования.

4. Аналитичность суммы степенного ряда.

Тема 17. Вычеты (2 ч.)

1. Теорема Коши о вычетах.
2. Изолированные особые точки однозначного характера, их характеристика.
3. Вычет, вычисление вычета.
4. Вычет в бесконечно удаленной точке.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (разделу)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Седьмой семестр (16 ч.)

Раздел 1. Комплексные числа (4 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Раздел 2. Дифференцирование функции комплексного переменного (6 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий Анализ конспекта лекции,

корректировка конспекта в соответствии с изучением литературы и выполнением заданий.

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Раздел 3. Интегрирование функции комплексного переменного (6 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий Анализ конспекта лекции,

корректировка конспекта в соответствии с изучением литературы

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

7. Тематика курсовых работ(проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства

Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

Шкала, критерии оценивания и уровень сформированности компетенции				
2 (не зачтено) ниже порогового	3 (зачтено) пороговый	4 (зачтено) базовый	5 (зачтено) повышенный	
ПК-4 Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов				
ПК-4.1 Формирует образовательную среду в целях достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения.				
Не способен формировать образовательную среду в целях достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения.	В целом успешно, но бессистемно формирует образовательную среду в целях достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения.	В целом успешно, но с отдельными недочетами формирует образовательную среду в целях достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения.	Способен в полном объеме формировать образовательную среду в целях достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения.	
ПК-7 Способен проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся по преподаваемым учебным предметам				
ПК-7.2 Проектирует и проводит индивидуальные и групповые занятия по информатике и математике для обучающихся с особыми образовательными потребностями.				
Не способен проектировать и проводить индивидуальные и групповые занятия по информатике и математике для обучающихся с особыми образовательными потребностями.	В целом успешно, но бессистемно проектирует и проводит индивидуальные и групповые занятия по информатике и математике для обучающихся с особыми образовательными потребностями.	В целом успешно, но с отдельными недочетами проектирует и проводит индивидуальные и групповые занятия по информатике и математике для обучающихся с особыми образовательными потребностями.	Способен в полном объеме проектировать и проводить индивидуальные и групповые занятия по информатике и математике для обучающихся с особыми образовательными потребностями.	

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации		Шкала оценивания по БРС
	Экзамен (дифференцированный зачет)	Зачет	
Повышенный	5(отлично)	зачтено	90 - 100%
Базовый	4 (хорошо)	зачтено	76 - 89%
Пороговый	3(удовлетворительно)	зачтено	60 - 75%
Ниже порогового	2(неудовлетворительно)	незачтено	Ниже 60%

8.3. Вопросы промежуточной аттестации

Седьмой семестр (Экзамен, ПК-4.1, ПК-7.2)

1. Введите понятие комплексного числа. Опишите действия над комплексными числами
2. Сформулируйте определение операции умножения комплексных чисел. Укажите, как связаны модуль и аргумент произведения комплексных чисел с модулями и аргументами множителей
3. Сформулируйте определение операции деления комплексных чисел. Укажите, как связаны модуль и аргумент частного комплексных чисел с модулями и аргументами делимого и делителя
4. Запишите формулы произведения и частного двух комплексных чисел, представленных в тригонометрической форме
5. Запишите неравенства треугольника для комплексных чисел
6. Запишите формулу возведения комплексного числа в натуральную степень. Укажите, как меняются модуль и аргумент при возведении комплексного числа в натуральную степень
7. Запишите формулу извлечения корня n -ой степени из комплексного числа (n - натуральное число). Как меняются модуль и аргумент при извлечении корня n -ой степени? Каковы значения корня n -ой степени на комплексной плоскости?
8. Запишите формулы Муавра и Эйлера
9. Сформулируйте определение предела последовательности комплексных чисел. Приведите примеры последовательности, имеющей предел, и последовательности, не имеющей предела
10. Сформулируйте теорему о связи существования предела последовательности комплексных чисел с существованием пределов последовательностей действительных чисел
11. Выразите действительную и мнимую части комплексного числа через пару комплексно сопряженных чисел
12. Выведите формулы для произведения комплексных чисел в тригонометрической и показательной форме
13. Выведите формулы для отношения комплексных чисел в тригонометрической и показательной форме
14. Докажите теорему о связи существования предела последовательности комплексных чисел с существованием пределов последовательностей действительных чисел
15. Сформулируйте определение последовательности комплексных чисел
16. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования конечного предела числовой последовательности
17. Охарактеризуйте свойства сходящихся последовательностей комплексных чисел
18. Определите комплексный числовой ряд. Сформулируйте необходимое и достаточное условие его сходимости
19. Опишите функции комплексного переменного, приведите примеры
20. Сформулируйте определение предела функции комплексного переменного, приведите примеры
21. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования конечного предела
22. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке и на множестве, опишите свойства непрерывных функций
23. Определите понятие производной и дифференциала функции, опишите правила

дифференцирования

24. Сформулируйте необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке, определение аналитических функций, приведите примеры
25. Раскройте геометрический смысл аргумента и модуля производной комплексной функции комплексного переменного
26. Опишите конформные отображения
27. Опишите степенную функцию и радикал, ее свойства
28. Опишите дробно-линейную функцию и ее свойства
29. Опишите показательную функцию и ее свойства
30. Опишите логарифмическую функцию и ее свойства
31. Опишите тригонометрические функции и их свойства
32. Определите комплексный интеграл, приведите примеры
33. Опишите простейшие свойства интеграла, вытекающие из его определения
34. Опишите простейшие свойства интеграла, вытекающие из свойств криволинейных интегралов II рода
35. Опишите сведение комплексного интеграла к обычному интегралу Римана
36. Сформулируйте теорему Коши для аналитических функций
37. Определите интеграл с переменным верхним пределом от аналитической функции
38. Опишите интегральную формулу Коши для аналитической функции и для ее производных
39. Опишите сведение комплексного интеграла к двум криволинейным интегралам II рода
40. Запишите формулу Ньютона-Лейбница, приведите примеры.
41. Определите функциональный ряд, приведите примеры
42. Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о рядах с аналитическими функциями
43. Определите аналитичность суммы степенного ряда и бесконечной дифференцируемости
44. Опишите разложение аналитической функции в ряд Тейлора, докажете единственность разложения
45. Определите ряд Лорана, приведите примеры
46. Определите понятие вычета, опишите вычисление вычета в особых точках
47. Определите функциональный ряд, приведите примеры
48. Сумма ряда, область сходимости
49. Понятие равномерной сходимости, признак Вейерштрасса
50. Опишите понятие степенные ряды

8.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность профессиональных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и

междисциплинарных связей;

- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Геворкян, Э.А. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / Э.А. Геворкян, А.С. Фокст. - Москва : Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004. - 164 с. - Режим доступа: по подписке. - URL <http://bibliodub.ru/mdex.php?page=book&id=90747>

2. Соколенко, Е.В. Теория функций комплексных переменных. Операционное исчисление :

учебное пособие / Е.В. Соколенко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Северо-Кавказский федеральный университет. - Ставрополь : СКФУ, 2017. - 199 с. : табл. - Режим доступа: по подписке. - URL <http://bibliodub.ru/mdex.php?page=book&id=494812>

3. Чуешев, В.В. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие : [16+] / В.В. Чуешев, Н.А. Чушева ; Министерство образования и науки РФ, Кемеровский государственный университет. - Изд. 2-е, исп. и доп. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2016. - Ч. 4. Конформные отображения. - 134 с. : схем. - Режим доступа: по подписке. - URL <http://bibliodub.ru/mdex.php?page=book&id=481497>

Дополнительная литература

1. Посицельская, Л.Н. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях : учебное пособие / Л.Н. Посицельская. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 136 с. — ISBN 978-5-9221-0794-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59465>

2. Эйдерман, В. Я. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление : учебное пособие для академического бакалавриата / В. Я. Эйдерман. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 263 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05498-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL <https://biblio-online.ru/bcode/437407>

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://alleng.ru/edu/educ.htm> - Образовательные ресурсы Интернета - школьникам и студентам.
2. <http://edu.ru> - Федеральный портал «Российской образование».
3. <http://school-collection.edu.ru> - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- изучив весь материал, выполните итоговый тест, который продемонстрирует готовность к сдаче экзамена.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на занятии;
- выучите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к ответу по изучаемой теме.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам на карточках, что поможет при подготовке к экзамену;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

12.2 Перечень информационных справочных систем (обновление выполняется еженедельно)

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. Справочная правовая система «КонсультантПлюс» (<http://www.consultant.ru>)

12.3 Перечень современных профессиональных баз данных

1. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn----8sbldczacvuc0jbg.xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/opendata/>)
2. Электронная библиотечная система Znanium.com (<http://znanium.com/>)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения учебных занятий.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ).

Школьный кабинет математики. (№ 108, главный учебный корпус)

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещение для самостоятельной работы. (№ 225, главный учебный корпус)

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.